SOLUZIONI ESERCIZI GEOMETRIA ANALITICA

121) $y = -3x + 2$

Il coefficiente angolare è –3 mentre Q ha coordinate (0;2)

122) $2y = x - 1$

E' necessario passare alla forma esplicita della retta

$y = 1/2x - 1/2$

Il coefficiente angolare è 1/2 mentre Q ha coordinate (0;-1/2)

123) $2y - 3x = 0$

$y = (3/2)x$

Il coefficiente angolare è 3/2 mentre Q ha coordinate (0;0). La retta passa per l'origine.

124) $7x - 12y - 24 = 0$

$y = (7/12)x - 2$

Il coefficiente angolare è 7/12 mentre Q ha coordinate (0;-2).

125) $y - 3 = 0$

$y = 3$

Il coefficiente angolare è 0 (la retta è parallela all'asse *x*) mentre Q ha coordinate (0;3)

126) $(-1;-1)$ $(7;7)$

Partiamo dalla formula esplicita della retta, anche se l'occhio un po' allenato si accorgerebbe subito che abbiamo a che fare con la bisettrice del primo e terzo quadrante, cioè $y = x$. Non è forse cosi'? Guardate i due punti. Notate che ascissa e ordinata coincidono per entrambi.

Comunque per non sapere ne leggere ne scrivere, partiamo dalla formulazione esplicita della retta:

$y = mx + q$.

Il nostro obbiettivo è calcolare il valore di *m* e quello di *q*.

Applichiamo le condizioni di appartenenza dei due punti alla retta, vale a dire:

$$\begin{cases} -1 = -m + q \\ 7 = 7m + q \end{cases}$$

Si tratta ora semplicemente di risolvere un sistema lineare di due equazioni in due incognite *m* e *q*.

Dalla 1° ricaviamo $q = m - 1$ e sostituendo tale valore nella 2° si ricava $m = 1$. Sostituendo tale valore nella 1° si ricava $q = 0$.

Ora sostituiamo i valori individuati di m e q nella formula $y = mx + q$.

Risultato: $y = x$

127) $(0;3)(0;7)$

Possiamo ripetere di nuovo lo stesso procedimento. Notiamo che il valore dell'ascissa dei due punti è uguale a 0. Siamo in presenza di una retta verticale (coincidente con l'asse delle ordinate) di equazione $x = 0$.

Risultato: $x = 0$

128) $(1;2)(1;10)$

Il caso è analogo al precedente.

Risultato: $x = 1$

129) $(0;3)(-1/4;3)$

Notiamo immediatamente che i due punti hanno la stessa ordinata. La retta passante per essi deve necessariamente essere orizzontale.

Risultato: $y = 3$

130) $(-1;2)(1;4)$

In questo caso dobbiamo fare per forza il sistema per determinare q e m.

$$\begin{cases} -1 = 2m + q \\ 1 = 4m + q \end{cases}$$

Dalla 1° ricaviamo $q = -2m - 1$. Sostituiamo nella 2° questa espressione al posto q e dopo semplici calcoli ricaviamo $m = 1$. Sostituiamo nella 1° tale valore ed otteniamo $q = -3$.

Risultato: $y = x - 3$

131) $2y - 6x + 4 = 0$ $\quad$ $y = -3x + 2$

Riporto la prima in forma esplicita

$y = 3x - 2$

Il coefficiente angolare della 1° è 3 quello della seconda –3.

Risultato: le due rette non sono parallele

132) $2y + 6x - 2 = 0$ $\quad$ $y = -3x + 2$

La prima in forma esplicita è $y = -3x + 1$.

Le due rette hanno lo stesso coefficiente angolare, ma diversa intercetta.

Risposta: le due rette sono parallele ma non coincidenti

133) $2y - x = -1$ $\qquad$ $4y - 3x = -1$

La prima in forma esplicita è $y = (1/2)x - 1/2$

La seconda in forma esplicita è $y = (3/4)x - 1/4$

Le due rette hanno coefficiente angolare diverso.

Risultato: le due rette non sono parallele

134) $3x - 3y = 4$ $\qquad$ $y = x$

La prima in forma esplicita è $y = x - 4/3$

Le rette hanno lo stesso coefficiente angolare cioè 1, ma intercetta diversa.

Risultato: le due rette sono parallele, ma non coincidenti.

135) $x - 3y + 2 = 0$ $\qquad$ $y = 3x + 2$

La prima in forma esplicita è $y = (1/3)x + 2/3$

Le due rette hanno coefficiente angolare diverso.

Risultato: le due rette non sono parallele

136) $6y + 2 = 0$ $\qquad$ $y = -1/3$

La prima in forma esplicita è $y = -1/3$

Le due rette hanno lo stesso coefficiente angolare (cioè) zero e stessa intercetta. Chiaramente è la stessa retta orizzontale.

Risultato: le due rette sono parallele e coincidenti.

137) $6y + 2 = 0$ $\qquad$ $y - 1 = 0$

La prima in forma esplicita è $y = -1/3$

La seconda in forma esplicita è $y = 1$.

Si tratta ovviamente di due rette orizzontali con diverso valore dell'ordinata.

Risultato: le due rette sono parallele ma non coincidenti

138) $4x = 2$ $\qquad$ $x - 1/2 = 0$

La prima in forma esplicita è $x = 1/2$

La seconda in forma esplicita è $x = 1/2$.

Le due rette rappresentano la stessa retta verticale.

Risultato: le due rette sono parallele e coincidenti.

139) $y - 6x + 2 = 0$ $\qquad$ $1/2y - 3/2x = 0$

La prima in forma esplicita è $y = 6x - 2$

La seconda in forma esplicita è $y = 3x$.

I coefficienti angolari sono diversi.

Risultato: le due rette non sono parallele.

140) $2x - 1 = 0$ $\qquad$ $x = 0$

La prima in forma esplicita è $x = 1/2$

Si tratta di due rette verticali distinte.

Risultato: le due rette sono parallele ma non coincidenti

141) $(5;5)$ $\qquad$ $6y + x = -2$

Partiamo dalla formulazione esplicita della retta: $y = mx + q$.

Per individuare l'equazione della retta passante per il punto assegnato e parallelo alla retta data necessitiamo dobbiamo applicare la condizione di parallelismo e di appartenenza di un punto ad una retta.

Ricaviamo dalla retta assegnata il suo coefficiente angolare.

La riscriviamo in forma esplicita $y = -(1/6)x - 1/3$.

Il suo coefficiente angolare è uguale a –1/6.

$m = -1/6$ (condizione di parallelismo)

$5 = 5m + q$ (condizione di appartenenza del punto assegnato alla retta) .

Le due condizioni devono valere congiuntamente e perciò le mettiamo in un sistema:

$$\begin{cases} m = -1/6 \\ 5 = 5m + q \end{cases}$$

Sostituendo $m = -1/6$ nella 2° ricaviamo, dopo semplici passaggi algebrici, $q = 35/6$.

Risultato: $y = -(1/6)x + 35/6$

142) $(0;0)$ $\qquad$ $y - x = 2$

In questo caso la soluzione è immediata.

Ricaviamo dalla retta assegnata il suo coefficiente angolare:

$y = x + 2$ e quindi il suo coefficiente angolare è 1.

$m = 1$ (condizione di parallelismo)

$q = 0$ (condizione di appartenenza del punto assegnato alla retta)

Se non siete convinti sostituite il punto (0;0) come abbiamo fatto prima!

Risultato: $y = x$

143) $(1;2)$ $y - 3 = 0$

Riscrivo l'equazione della retta assegnata in forma esplicita: $y = 3$

Si tratta ovviamente di una retta orizzontale. Anche la retta che cerchiamo deve esserlo. Una retta orizzontale lo ricordo per chi se lo fosse dimenticato, è caratterizzato da un valore dell'ordinata costante. In altre parole, mentre ci muoviamo lungo tale retta, cioè variamo il valore dell'ascissa, il valore dell'ordinata non cambia. Tutti i punti appartenenti ad una retta orizzontale hanno la stessa ordinata. Poiché la retta cercata deve essere orizzontale (*m*=0) e passare per un punto di ordinata 2, chiaramente la sua equazione sarà $y = 2$.

Comunque avreste potuto usare anche il solito metodo:

$m = 0$ (condizione di parallelismo)

$2 = m + q$ (condizione di appartenenza del punto assegnato alla retta)

Poiché $m = 0$ si ricava immediatamente dalla seconda condizione che $q = 2$.

Risultato: $y = 2$

144) $(-1;1)$ $2y - 6x = 2$

Riscrivo l'equazione della retta assegnata in forma esplicita: $y = 3x + 1$

$m = 3$ (condizione di parallelismo)

$1 = -m + q$ (condizione di appartenenza del punto assegnato alla retta)

Sostituendo il valore di *m* nella 2° otteniamo $q = 4$

Risultato: $y = 3x + 4$

145) $(-7;5)$ $x - 1 = 0$

L'equazione $x = 1$ è quella di una retta verticale i cui punti al variare dell'ordinata hanno ascissa costante pari a 1. Poiché la retta che cerchiamo deve essere parallela a questa, sarà anch'essa verticale, e quindi al variare dell'ordinata i suoi punti saranno caratterizzati da ascissa costante. Poiché l'ascissa del punto assegnato è –7 e la retta deve essere verticale la sua equazione è semplicemente $x = -7$

Risultato: $x = -7$

146) $y + 4x + 2 = 0$ $\qquad$ $4y - x = 0$

La 1° in forma esplicita è $y = -4x - 2$ ed $m_1 = -4$

La 2° in forma esplicita è $y = (1/4)x$ ed $m_2 = 1/4$

I coefficienti angolari delle due rette sono l'uno l'antireciproco dell'altro, cioè il loro prodotto è –1.

Risultato: le due rette sono perpendicolari.

147) $y - 1 = 0$ $\qquad$ $y - 3 = 0$

E' immediato constatare che si tratta di due rette parallele all'asse delle ascisse.

Risultato: le due rette non sono perpendicolari.

148) $4y = 2x + 1$ $\qquad$ $4y + 8x = 1$

La 1° in forma esplicita è $y = (1/2)x + 1/4$ ed $m_1 = 1/2$

La 2° in forma esplicita è $y = -2x + 1/4$ ed $m_2 = -2$

I coefficienti angolari delle due rette sono l'uno l'antireciproco dell'altro, cioè il loro prodotto è –1.

Risultato: le due rette sono perpendicolari.

149) $y - 1 = 0$ $\qquad$ $x = -3$

La 1° è una retta orizzontale, la 2° verticale.

Risultato: le due rette sono perpendicolari

150) $3y - 3x = 0$ $\qquad$ $7y = -7x + 7$

La 1° in forma esplicita è $y = x$ ed $m_1 = 1$

La 2° in forma esplicita è $y = -x + 1$ ed $m_2 = -1$

I coefficienti angolari delle due rette sono l'uno l'antireciproco dell'altro, cioè il loro prodotto è –1.

Risultato: le due rette sono perpendicolari.

151) $(1;5)$ $\qquad$ $x - 4y + 1 = 0$

L’equazione in forma esplicita della retta assegnata è $y = 1/4x + 1/4$ ed $m_1 = 1/4$

Tutte le rette perpendicolari ad essa avranno $m = -4$.

Per individuare l’equazione della retta cercata applichiamo le seguenti condizioni:

$m = -4$ (condizione di perpendicolarità)

$5 = m + q$ (condizione di appartenenza del punto assegnato alla retta)

Chiaramente, procedendo come al solito, otteniamo $q = 9$.

Risultato: $y = -4x + 9$

152) $(2;6)$ $y = 2x$

Per individuare l’equazione della retta cercata applichiamo le seguenti condizioni:

$m = -1/2$ (condizione di perpendicolarità)

$6 = 2m + q$ (condizione di appartenenza del punto assegnato alla retta)

Dopo semplici passaggi otteniamo $q = 7$.

Risultato: $y = -(1/2)x + 7$

153) $(-4;-5)$ $x - 2y + 3 = 0$

L’equazione in forma esplicita della retta assegnata è $y = (1/2)x + 3/2$ ed $m_1 = 1/2$

Per individuare l’equazione della retta cercata applichiamo le seguenti condizioni:

$m = -2$ (condizione di perpendicolarità)

$-5 = -4m + q$ (condizione di appartenenza del punto assegnato alla retta)

Dopo semplici passaggi otteniamo $q = -13$.

Risultato: $y = -2x - 13$

154) $(1;3)$ $x = 2$

La retta assegnata è verticale. Tutte le rette ad essa perpendicolari sono orizzontali. Tra tutte dobbiamo considerare quella passante per un punto la cui ordinata è 3.

Risultato: $y = 3$

155) $(1;3)$ $y = 2$

La retta assegnata è orizzontale. Tutte le rette ad essa perpendicolari sono verticali. Tra tutte dobbiamo considerare quella passante per un punto la cui ascissa è 1.

Risultato: $x = 1$

156) a) $(-1;5)$ b) $(1;4)$ $x-y=2$

a) No, $-1-5=-6\neq 2$

b) No, $1-4=-3\neq 2$

157) a) $(-1;1)$ b) $(1;1)$ $y=3x+2$

a) No, $1\neq -3+2=-1$

b) No, $1\neq 3+2=5\neq 2$

158) a) $(-1;1)$ b) $(1;1)$ $y=x$

a) No, $1\neq -1$

b) Sì, $1=1$

159) a) $(-2;1)$ b) $(1;1)$ $y-1=0$

a) Sì, $1-1=0$

b) Sì, $1=1=0$

I calcoli non erano necessari. Si poteva affermare senza ombra di dubbio che i punti appartenevano alla retta assegnata. Infatti, si tratta di una retta orizzontale di equazione $y=1$. Osserviamo che l'ordinata di entrambi i punti è 1 e quindi i punti appartengono sicuramente alla retta data.

160) a) $(2;-5)$ b) $(1;4)$ $x=2$

La retta assegnata è verticale. Tutti i punti che le appartengono hanno ascissa 2. Pertanto, solo il primo giace su di essa. Comunque, sostituiamo come al solito:

a) Sì, $2=2$

b) No, $1\neq 2$

161) $y=x^2-x-2$

La concavità è rivolta verso l'alto essendo $a=1>0$.

L'intersezione con l'asse verticale ha coordinate $(0;-2)$. Basta infatti guardare il termine noto (cioè –2) e sappiamo che esso rappresenta l'ordinata del punto di intersezione con l'asse verticale. Se qualcuno non se lo ricordasse, non ci sono problemi. Basta che metta a sistema l'equazione della parabola con quello dell'asse delle ordinate $x = 0$. In altre parole basta sostituire $x = 0$ nell'equazione della parabola ottenendo immediatamente $y = -2$.

Le ascisse delle eventuali intersezioni con l'asse orizzontale si ottengono mettendo a sistema la sua equazione cioè $y = 0$ con quella della parabola. In altri termini, basta risolvere direttamente l'equazione di 2° grado seguente $x^2 - x - 2 = 0$. I punti sono due: $(2;0)$ e $(-1;0)$.

L'asse di simmetria ha equazione $x = 1/2$. Potete applicare la formula $x = -b/(2a)$, oppure seguire il procedimento illustrato nella parte teorica, vale a dire calcolando l'ascissa del punto medio di die punti simmetrici della parabola. Le intersezioni sono due punti simmetrici, appartenenti alla parabola, e possiamo perciò calcolare l'ascissa del punto medio $x_M = (2-1)/2 = 1/2$. Di conseguenza l'asse di simmetria verticale avrà equazione $x = 1/2$. Poiché il vertice della parabola appartiene sia all'asse di simmetria che alla parabola, la sua ascissa sarà ½ mentre l'ordinata si può ottenere mettendo a sistema l'equazione $x = 1/2$ dell'asse di simmetria con quella della parabola.

$y = (1/2)^2 - 1/2 - 2 = \frac{1-2-8}{4} = -\frac{9}{4}$. Il vertice V ha coordinate $\left(\frac{1}{2};-\frac{9}{4}\right)$. Chi vede nelle formule l'unica ancora di salvezza ed ha una forte repulsione per la matematica, può usare direttamente formula generale ricavata nella parte teorica $V\left(-\frac{b}{2a};-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$. Provate!

162) $y = 6x^2 - 7x + 2$

La concavità è rivolta verso l'alto essendo $a = 6 > 0$.

L'intersezione con l'asse verticale ha coordinate $(0;2)$.

Le ascisse delle eventuali intersezioni con l'asse orizzontale si ottengono risolvendo direttamente l'equazione di 2° grado seguente $6x^2 - 7x + 2 = 0$. I punti sono : $(2/3;0)$ e $(1/2;0)$.

L'asse di simmetria ha equazione $x = 7/12$.

$V\left(\frac{7}{12};-\frac{1}{24}\right)$

163) $y = -x^2 + 4x$

La concavità è rivolta verso il basso essendo $a = -1 < 0$.

L'intersezione con l'asse verticale ha coordinate $(0;0)$.

Le ascisse delle eventuali intersezioni con l'asse orizzontale si ottengono risolvendo direttamente l'equazione di 2° grado seguente $-x^2 + 4x = 0$. I punti sono : $(0;0)$ e $(4;0)$.

L’asse di simmetria ha equazione $x = 2$.

$V(2;-4)$.

164) $y = x^2 - 36$

La concavità è rivolta verso l’alto essendo $a = 1 > 0$.

L’intersezione con l’asse verticale ha coordinate $(0;-36)$.

Le ascisse delle eventuali intersezioni con l’asse orizzontale si ottengono risolvendo direttamente l’equazione di 2° grado seguente $x^2 = 36$. I punti sono : $(-6;0)$ e $(6;0)$.

L’asse di simmetria ha equazione $x = 0$.

$V(0;-36)$.

165) $y = 4x^2 + 11$

La concavità è rivolta verso l’alto essendo $a = 4 > 0$.

L’intersezione con l’asse verticale ha coordinate $(0;11)$.

Le ascisse delle eventuali intersezioni con l’asse orizzontale si ottengono risolvendo direttamente l’equazione di 2° grado seguente $4x^2 + 11 = 0$. Tale equazione non ha radici reali essendo la somma di un quadrato ed un numero positivo. Non ci sono intersezioni con l’asse orizzontale.

L’asse di simmetria ha equazione $x = 0$

$V(0;11)$.

166) $y = -x^2 + 4x - 4$

La concavità è rivolta verso il basso essendo $a = -1 < 0$.

L’intersezione con l’asse verticale ha coordinate $(0;-4)$.

Le ascisse delle eventuali intersezioni con l’asse orizzontale si ottengono risolvendo direttamente l’equazione di 2° grado seguente $-x^2 + 4x - 4 = 0$. Il punto è unico sono : $(2;0)$.

L’asse di simmetria ha equazione $x = 2$.

$V(2;0)$.

167) $y = x^2 + 3x + 3$

La concavità è rivolta verso l’alto essendo $a = 1 > 0$.

L’intersezione con l’asse verticale ha coordinate $(0;3)$.

Le ascisse delle eventuali intersezioni con l'asse orizzontale si ottengono risolvendo direttamente l'equazione di 2° grado seguente $x^2 + 3x + 3 = 0$. Il delta è negativo (-3). Non ci sono intersezioni con l'asse *x*.

L'asse di simmetria ha equazione $x = -3/2$.

V$(-3/2;3/4)$.

168) $y = 2x^2 - 4\sqrt{2}x + 3$

La concavità è rivolta verso l'alto essendo $a = 2 > 0$.

L'intersezione con l'asse verticale ha coordinate $(0;3)$.

Le ascisse delle eventuali intersezioni con l'asse orizzontale si ottengono risolvendo direttamente l'equazione di 2° grado seguente. I punti sono $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 3 = 0$. I punti di intersezione con l'asse *x* hanno coordinate: $\left(\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$ e $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2};0\right)$.

L'asse di simmetria ha equazione $x = \sqrt{2}$.

V$(\sqrt{2};-1)$.

169) $y = x^2 - 3x$

La concavità è rivolta verso l'alto essendo $a = 1 > 0$.

L'intersezione con l'asse verticale ha coordinate $(0;0)$.

Le ascisse delle eventuali intersezioni con l'asse orizzontale si ottengono risolvendo direttamente l'equazione di 2° grado seguente. I punti sono $x^2 - 3x = 0$. I punti di intersezione con l'asse *x* hanno coordinate: $(0;0)$ e $(3;0)$.

L'asse di simmetria ha equazione $x = 3/2$.

V$(3/2;-9/4)$.

170) $y = -x^2 - 5$

La concavità è rivolta verso il basso essendo $a = -1 > 0$.

L'intersezione con l'asse verticale ha coordinate $(0;-5)$.

Le ascisse delle eventuali intersezioni con l'asse orizzontale si ottengono risolvendo direttamente l'equazione di 2° grado seguente $-(x^2 + 5) = 0$. Tale equazione non ha radici reali essendo strettamente negativa. Non ci sono intersezioni con l'asse orizzontale.

L'asse di simmetria ha equazione $x = 0$

$V(0;-5)$.

171) $y = \dfrac{1-x}{x+1}$

L'intersezione con l'asse *y* è la soluzione del sistema formato dall'equazione $y = \dfrac{1-x}{x+1}$ e $x = 0$.

Sostituendo $x = 0$ nell'equazione dell'iperbole otteniamo $y = 1$.

L'intersezione con l'asse verticale è data dal punto $(0;1)$.

L'intersezione con l'asse *x* è la soluzione del sistema formato dall'equazione $y = \dfrac{1-x}{x+1}$ e $y = 0$.

In sostanza dobbiamo risolvere la seguente equazione fratta:

$\dfrac{1-x}{x+1} = 0$. Richiedendo $x \neq -1$ possiamo eliminare il denominatore. L'equazione da risolvere diventa $1 - x = 0 \rightarrow x = 1$. Il punto di intersezione con l'asse *x* è $(1;0)$.

Asintoto orizzontale $y = -1$, asintoto verticale $x = -1$, centro di simmetria $(-1;-1)$

172) $y = \dfrac{2}{5-2x}$

L'intersezione con l'asse *y* è la soluzione del sistema formato dall'equazione $y = \dfrac{2}{5-2x}$ e $x = 0$.

Sostituendo $x = 0$ nell'equazione dell'iperbole otteniamo $y = 2/5$.

L'intersezione con l'asse verticale è data dal punto $(0;2/5)$.

L'intersezione con l'asse *x* è la soluzione del sistema formato dall'equazione $y = \dfrac{2}{5-2x}$ e $y = 0$.

In sostanza dobbiamo risolvere la seguente equazione fratta:

$\dfrac{2}{5-2x} = 0$. Richiedendo $x \neq 5/2$ possiamo eliminare il denominatore e otteniamo 2=0che è palesemente impossibile. Non ci sono allora punti di intersezione con l'asse *x*.

Asintoto orizzontale $y = 0$, asintoto verticale $x = 5/2$, centro di simmetria $(5/2;0)$

173) $y = \dfrac{1+x}{x}$

In questo caso non ci sono intersezioni con l'asse verticale, poiché a denominatore abbiamo *x*. Il denominatore deve essere sempre diverso da zero.

L'intersezione con l'asse orizzontale implica la soluzione dell'equazione $\frac{1+x}{x}=0$. Possiamo eliminare il denominatore tranquillamente, dato che abbiamo già notato che $x \neq 0$. La soluzione è $x=-1$. L'intersezione con l'asse orizzontale è data dal punto $(-1;0)$.

Asintoto orizzontale $y=1$, asintoto verticale $x=0$, centro di simmetria $(0;1)$

174) $y=\frac{2x+1}{3x}$

Non ci sono intersezioni con l'asse verticale, poiché deve essere $x \neq 0$.

L'intersezione con l'asse orizzontale richiede la soluzione dell'equazione $\frac{2x+1}{x}=0$. Possiamo eliminare il denominatore tranquillamente, dato che $x \neq 0$. La soluzione è $x=-1/2$. L'intersezione con l'asse orizzontale è data dal punto $(-1/2;0)$.

Asintoto orizzontale $y=2/3$, asintoto verticale $x=0$, centro di simmetria $(0;2/3)$.

175) $y=-\frac{3}{8x}$

Dobbiamo porre anche in questo caso $x \neq 0$.

E' immediato vedere che non ci sono ne intersezioni con l'asse verticale in quanto $x \neq 0$ ne con l'asse orizzontale dato che il numeratore è sempre strettamente negativo (è –3).

Asintoto orizzontale $y=0$, asintoto verticale $x=0$, centro di simmetria $(0;0)$.

Soluzioni esercizi potenze e radicali

176) $\sqrt[3]{2}\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{32}$

177) $\sqrt[3]{x^2}\sqrt{x} = \left(x^2\right)^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}} = x^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{x^7}$

178) $\sqrt[4]{x^3 y}\sqrt{xy} = \sqrt[4]{x^3}\sqrt[4]{y}\sqrt{x}\sqrt{y} = x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{4}} \cdot y^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{4}+\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}} = x^{\frac{5}{4}} \cdot y^{\frac{3}{4}} =$

$$= \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt[4]{y^3} = \sqrt[4]{x^5 y^3}$$

179) $\sqrt[6]{4/9}\sqrt[9]{27/8} = \sqrt[6]{(2/3)^2}\sqrt[9]{(3/2)^3} = (2/3)^{\frac{2}{6}} \cdot (3/2)^{\frac{3}{9}} = (2/3)^{\frac{1}{3}} \cdot (3/2)^{\frac{1}{3}} =$

$$= \left[(2/3)\cdot(3/2)^{\frac{1}{3}}\right] = 1^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{1} = 1$$

180) $\sqrt{6}/\sqrt{2} = \sqrt{3 \cdot 2}/\sqrt{2} = \left(\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\right)/\sqrt{2} = \sqrt{3}$

181) $\sqrt[3]{8}/\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{8/2} = \sqrt[3]{4}$

182) $\sqrt[4]{4}/\sqrt{2} = \sqrt[4]{2^2}/\sqrt{2} = 2^{\frac{2}{4}}/2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = 2^0 = 1$

183) $\sqrt[4]{12}/\sqrt{2} = \sqrt[4]{2^2 \cdot 3}/\sqrt{2} = 2^{\frac{2}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{4}-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} = 2^0 \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{3}$

184) $\sqrt[4]{18}/\sqrt[3]{6} = \sqrt[4]{2 \cdot 3^2}/\sqrt[3]{2 \cdot 3} = 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{4}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{4}-\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{4}-\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{1}{12}} \cdot 3^{\frac{2}{12}} =$

$$= \left(2^{-1}\right)^{\frac{1}{12}} \cdot \left(3^2\right)^{\frac{1}{12}} = \left(3^2/2\right)^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{9/2}$$

185) $\left(-\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{4}{9}}\right)^6 = \left(-\frac{3}{2}\right)^6\left(\sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2}\right)^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{12}{3}} =$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

186) $\left(-\frac{2}{5}\sqrt[3]{\frac{125}{4}}\right)^5 = \left(-\frac{2}{5}\sqrt[3]{\frac{5^3}{2^2}}\right)^5 = \left(-\frac{10}{5}\sqrt[3]{\frac{1}{2^2}}\right)^5 = \left(-2 \cdot \sqrt[3]{2^{-2}}\right)^5 = (-2)^5(2)^{-\frac{10}{3}} =$

$$= (-1)^5 \cdot 2^{5-\frac{10}{3}} = -\left(2^{\frac{5}{3}}\right) = -\sqrt[3]{2^5} = -\sqrt[3]{2^3 2^2} = -2\sqrt[3]{4}$$

187) $\left(\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[4]{3}}\right)^5 = \left(\frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[4]{3}}\right)^5 = \left(\frac{3^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{1}{4}}}\right)^5 = \left(3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{4}}\right)^5 = \left(3^{\frac{5}{12}}\right)^5 = 3^{\frac{25}{12}} = \sqrt[12]{3^{25}} =$

$= \sqrt[12]{3^{25}} = \sqrt[12]{3^{12} \cdot 3^{12} \cdot 3} = \sqrt[12]{3^{12}} \cdot \sqrt[12]{3^{12}} \cdot \sqrt[12]{3} = 9 \cdot \sqrt[12]{3}$

188) $\left(\frac{2\sqrt[5]{54}}{3\sqrt[4]{8}}\right)^5 = \left(\frac{2\sqrt[5]{2\cdot 3^3}}{3\sqrt[4]{2^3}}\right)^5 = \frac{2^5\cdot 2\cdot 3^3}{3^5\cdot 2^{\frac{15}{4}}} = 3^{-2}\cdot 2^{6-\frac{15}{4}} = \frac{1}{9}\cdot 2^{\frac{9}{4}} = \frac{4\sqrt[4]{2}}{9}$

189) $\left(\sqrt[4]{\frac{8}{27}}\right)^3\left(\sqrt[4]{\frac{3}{4}}\right)^3 = \left[\left(\frac{2^3}{3^3}\cdot\frac{3}{2^2}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^3 = \left(\frac{2}{3^2}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{\frac{2^3}{3^6}} = \frac{1}{3}\sqrt[4]{\frac{8}{9}}$

190) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{8}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{2^3}} = \left(2^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$

191) $\sqrt{\sqrt[3]{4}} = \sqrt{\sqrt[3]{2^2}} = \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$

192) $\sqrt{27}+2\sqrt{3} = \sqrt{3^3}+2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}+2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

193) $2\sqrt{45}-\sqrt{80} = 2\sqrt{3^2\cdot 5}-\sqrt{2^4\cdot 5} = 6\sqrt{5}-4\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

194) $2\sqrt{125}-3\sqrt{20} = 2\sqrt{5^3}-3\sqrt{2^2\cdot 5} = 10\sqrt{5}-6\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

195) $\left(3-\sqrt{6}\right)/\sqrt{3} = \frac{\left(3-\sqrt{2}\sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

196) $5/\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right) = \frac{5\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)} = \frac{5\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)}{7-2} = \sqrt{7}+\sqrt{2}$

197) $1/\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right) = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

198) $2^{\frac{5}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{-\frac{2}{3}} = 2^{\frac{5}{3}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}} = 2^{\frac{10+3-4}{6}} = 2^{\frac{9}{6}} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$

199) $9^{\frac{2}{3}}\cdot 27^{-\frac{2}{5}} : 3^{\frac{4}{15}} = \left(3^2\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\left(3^3\right)^{-\frac{2}{5}} : 3^{\frac{4}{15}} = 3^{\frac{4}{3}}\cdot 3^{-\frac{6}{5}}\cdot 3^{-\frac{4}{15}} = 3^{\frac{20-18-4}{15}} = 3^{-\frac{2}{15}} = \frac{1}{\sqrt[15]{9}}$

200) $\left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{\frac{5}{3}}\cdot\left(2^{\frac{4}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} = 5^{-\frac{2}{3}}\cdot 2^{-\frac{2}{3}} = \left(5\cdot 2\right)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{10^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{10^2}} =$

L’esercizio è finito ma facciamo un passaggio in più per razionalizzare il denominatore

$$= \frac{\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{10^2}\sqrt[3]{10}} = \frac{\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{10^3}} = \frac{\sqrt[3]{10}}{10}$$

Prova di autovalutazione 1

201) $(x-2)(x+2)+x>x^2-1$

$x^2-4+x>x^2-1 \rightarrow -4+x>-1$

Risultato: $x>3$

202) $\dfrac{2x^2+1}{x}<0$

Il numeratore è strettamente positivo. Il segno del rapporto dipende so da quello del denominatore.

Risultato: $x<0$

203) $81x^4-16\le 0$

$(9x^2+4)(9x^2-4)\le 0$

Il primo fattore è strettamente positivo. Il secondo è negativo per valori interni.

Risultato: $-2/3\le x\le 2/3$

204) $\sqrt[11]{x^3-1}<\sqrt[11]{x^3-2x^2+1}$

$x^3-1<x^3-2x^2+1 \rightarrow 2x^2-2<0 \rightarrow x^2-1<0$

Risultato: $-1<x<1$

205) $\left|x^2+2\right|=-1$

Il primo membro è sempre non negativo, il secondo è sempre negativo.

Risultato: nessuna soluzione

206) $\begin{cases} x-7>0 \\ x^2+2x<0 \end{cases}$

Non esiste tratto in cui siano verificate entrambe.

Risultato: nessuna soluzione

207) $y=3x$ A(1; 1)

$m=-1/3$ (condizione di perpendicolarità)

$1=m+q$ (condizione di appartenenza)

Per sostituzione della 1° nella 2° otteniamo $q = 4/3$

Risultato: $y = (-1/3)x + 4/3$

208) $y = x^2 + 5x + 6$

Risultato: Intersezione asse verticale $(0;6)$, intersezioni asse orizzontale $(-3;0)$ e $(-2;0)$, equazione asse di simmetria $x = -5/2$, V$(-5/2;-1/4)$

209) $y = \dfrac{8x+1}{1-7x}$

Risultato: Asintoto verticale $x = 1/7$, asintoto orizzontale $y = -8/7$, centro di simmetria $(1/7;-8/7)$

210) $9x^4 - 6x^2 + 1 = 0$

$(3x^2 - 1)^2 = 0$

$3x^2 - 1 = 0$

Risultato: $x = \pm 1/\sqrt{3}$

Prova di autovalutazione 2

211) $(x-2)^2 > x^2 - 1$

$$x^2 - 4x + 4 > x^2 - 1 \rightarrow -4x > -5 \rightarrow 4x < 5$$

Risultato: $x < 5/4$

212) $\dfrac{x^2 - 1}{x^2} < 0$

Preliminarmente richiediamo che il denominatore sia diverso da zero e quindi $x \neq 0$. Per il resto è sempre positivo. Il numeratore è negativo per valori interni e positivo alle radici -1 e 1 (ricordatevi di escludere lo zero).

Risultato: $-1 < x < 0$ e $0 < x < 1$.

213) $x^3 - 6x \geq 0$

$$x(x^2 - 6) \geq 0$$

Il primo fattore è positivo ovviamente per valori positivi di *x.* Il secondo è positivo per valori esterni e negativo per valori interni alle radici $\pm\sqrt{6}$. Dobbiamo valutare il segno del prodotto.

Risultato: $-\sqrt{6} \leq x \leq 0$ e $x \geq \sqrt{6}$.

214) $\sqrt[3]{x^3 + 1} < x + 1$

$$x^3 + 1 < (x+1)^3 \rightarrow x^3 + 1 < x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \rightarrow x^2 + x > 0$$

Risultato: $x < -1$ e $x > 0$

215) $|x^2 - 1| = 3$

Le soluzioni dell'equazione sopra sono date dall'unione di quelle delle seguenti:

$x^2 - 1 = 3$ e $x^2 - 1 = -3$ (notate che la seconda non ha radici reali)

Risultato: $x = \pm 2$

216) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

Se volete fate i conti (è un sistema omogeneo).

Risultato: $x = 0$ e $y = 0$

217) $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x^3 - 1 < 0 \end{cases}$

La prima è verificata per $x \geq -2$, la seconda per $x < 1$.

Risultato: $-2 \leq x < 1$

218) $y = 2x + 11$ A(0; 1)

$m = 2$ (condizione di parallelismo)

$q = 1$ (condizione di appartenenza)

Risultato: $y = 2x + 1$

219) $y = 8x^2 - 8x + 8$

Notate che il delta dell'equazione associato è negativo.

Risultato: Intersezione asse verticale (0; 8); non ci sono intersezioni con l'asse orizzontale; asse di simmetria $x = 1/2$; V(1/2; 6).

220) $y = \dfrac{1-5x}{3x+2}$

Risultato: Asintoto verticale $x = -2/3$, asintoto orizzontale $y = -5/3$,

centro di simmetria O (-2/3; -5/3)

Prova di autovalutazione 3

221) $2(x-3)^2 > x^2 + 18$

$x^2 - 12x > 0 \rightarrow x(x-12) > 0$

Risultato: $x < 0$ e $x > 12$

222) $\dfrac{x^3 - 1}{1 - 2x} > 0$

Studiate separatamente il segno del numeratore e del denominatore. Infine quello del rapporto.

Risultato: $1/2 < x < 1$

223) $x^3 + x^2 + 6x = 0$

$x(x^2 + x + 6) = 0$

Risultato: $x = 0$

224) $\sqrt{1-4x} = x + 1$

L'equazione precedente è equivalente al sistema seguente:

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 1-4x = x^2 + 2x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + 6x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 0 \text{ e } x = -6 \end{cases}$$

La seconda soluzione è incompatibile con la condizione $x \geq -1$. (provate a sostituire tali valori nell'equazione iniziale, con lo 0 ottenete una identità, con –6?)

Risultato: $x = 0$

225) $|2x + 1| = 3x - 1$

La soluzione di questa equazione è data dall'unione delle soluzioni dei due sistemi seguenti.

$$\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 2x+1 = 3x-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -1/2 \\ x = 2 \end{cases}$$ tale soluzione è accettabile

e

$$\begin{cases} 2x+1 < 0 \\ -2x-1 = 3x-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < -1/2 \\ x = 0 \end{cases}$$ tale soluzione non è ammissibile

Risultato: $x = 2$

226) $\begin{cases} x+y=0 \\ 7x+7y=2 \end{cases}$

Dividete per 7 la seconda equazione. Trovate subito una contraddizione o no? Oppure qual' è il coefficiente angolare delle due rette?

Risultato: nessuna soluzione (le due rette sono parallele)

227) $\begin{cases} x^2-2 \geq 0 \\ 1-x^3 < 0 \end{cases}$

La prima è verificata per $x \leq -\sqrt{2}$ e $x \geq \sqrt{2}$

La seconda per $x > 1$

Risultato: $x \geq \sqrt{2}$

228) A(0; 1) e B (0; -1)

Risultato: $x = 0$

229) $y = 3x^2 - 1$

Risultato: Intersezione asse verticale (0; -1); intersezioni asse orizzontale $\left(-1/\sqrt{3};0\right)$ e $\left(1/\sqrt{3};0\right)$; asse di simmetria $x=0$; V $(0;-1)$

230) $y = \dfrac{1}{3x-2}$

Risultato: Asintoto verticale $x = 2/3$, asintoto orizzontale $y = 0$, centro di simmetria O (2/3; 0)